Заочный физико-математический лицей «Авангард»

Е. Н. ФИЛАТОВ

Ф И З И К А

8

Преобразование физических уравнений (формул)

МОСКВА

1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ: УРАВНЕНИЯ, В КОТОРЫХ ОДНИ ТОЛЬКО БУКВЫ, А ЧИСЕЛ ПОЧТИ СОВСЕМ НЕТ

Вы уже имеете определенный опыт решения уравнений в курсе математики. Физические уравнения, с которыми мы уже немного поработали в 7 классе, отличаются от привычных математических уравнений тем, что состоят они практически только из букв, одни из которых обозначают известные величины, а другие – неизвестные. Решить такое уравнение – означает выразить неизвестную искомую величину через известные величины.

В данном параграфе мы потренируемся в решении физических уравнений, которые потом будут появляться у нас в процессе решения физических задач.

Прежде всего отметим, что в физических уравнениях используются как большие (прописные), так и малые (строчные) латинские буквы, а также некоторые буквы греческого алфавита (главным образом малые). Кроме того, часто используются буквы с индексами как вверху, так и внизу, например: $C_в$, $C^к$, m_1, m_2 и т.д. Ясно, что буквы m_1 и m_2 обозначают разные величины.

Буквы, которые будут использоваться в данной главе

1. Латинские прописные: *C* (цэ), *D* (дэ), *H* (аш), *L* (эл), *M* (эм), *N* (эн), *Q* (ку), *R* (эр), *T* (тэ), *V* (вэ), *W* (дубль вэ).
2. Латинские строчные: *a* (а), *b* (бэ), *c* (цэ), *d* (дэ), *h* (аш), *k* (ка), *l* (эл), *m* (эм), *n (эн),* *q* (ку), *r* (эр), *s* (эс), *t* (тэ), *υ* (вэ), *x* (икс), *y* (игрек).
3. Греческие прописные: Δ (дельта), Φ (фи).
4. Греческие строчные: α (а́льфа), β (бэта), δ (де́льта), λ (ла́мбда), μ (мю), ν (ню), η (эта), æ (ка́ппа), θ (тэта), ρ (ро), π (пи).

Строчная греческая буква π будет использоваться исключительно для обозначения числа Пи:

$$\pi = 3{,}141592654\ldots,$$

которое равно отношению длины окружности к диаметру.

Особо скажем о прописной греческой букве Δ (дельта). В физике она обычно используется *не для обозначения какой-либо физической величины*, а для обозначения *изменения физической величины*. Например, запись Δa означает:

$$\Delta a = (\text{изменение величины } a) = (\text{конечное значение величины } a) - (\text{начальное значение величины } a),$$

то есть если утром температура воздуха была равна $t^{\text{нач}} = 20$ °C, а днем $t^{\text{кон}} = 30$°C, то *изменение температуры равно:*

$$\Delta t = t^{\text{кон}} - t^{\text{нач}} = 30°\text{C} - 20°\text{C} = 10°\text{C}.$$

Итак, запомните: две буквы Δa обозначают *не* произведение величины Δ на величину a, а одну величину Δa, точно так же, как два слова «Петя Иванов» обозначают одного человека, а не двух.

Решение физических уравнений

Прежде чем мы приступим к физическим уравнениям, давайте вспомним, как решаются привычные нам математические уравнения первой степени с одним неизвестным.

Пример 1. $2x = 3$.

Читатель: Это уж слишком просто! $x = \dfrac{3}{2}$.

Автор: А вы уверены, что x равен именно $\dfrac{3}{2}$, а не $\dfrac{2}{3}$?

Читатель: Да, в общем-то.

Автор: А на чем основана Ваша уверенность?

Читатель: Честно говоря, я над этим не задумывался…

Автор: Давайте разберемся. Пусть у нас имеется верное числовое равенство, например: 5 = 5. Если мы разделим обе части этого равенства на одно и то же число, не равное нулю, то равенство не нарушится. Например: $\dfrac{5}{3} = \dfrac{5}{3}$ или $\dfrac{5}{101} = \dfrac{5}{101}$ и т.д. Наше уравнение $2x = 3$ – это тоже равенство. И если мы разделим обе части этого равенства на одно и то же число, не равное нулю, то равенство не нарушится. Разделим обе части уравнения на 2 и получим: $\frac{2x}{3} = \frac{3}{2}$. Сокращаем двойки: $\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{3}{2}$ и получаем ответ:

$$\underline{x = \frac{3}{2}}.$$

Пример 2. $ax = b$.

Читатель: Разделим обе части уравнения на a и получим ответ:

$$\frac{\cancel{a}x}{\cancel{a}} = \frac{b}{a} \Rightarrow x = \frac{b}{a}.$$

(Здесь и далее стрелка $\Rightarrow$ будет означать: «отсюда следует».)

Автор: Подождите! Я же не сказал Вам, какую величину надо найти. Это в математике неизвестное всегда обозначают через x или уж в крайнем случае через y, а в физике это совершенно необязательно. Пусть x и b – известные величины, а найти надо a.

Читатель: Тогда $\frac{a\cancel{x}}{\cancel{x}} = \frac{b}{x} \Rightarrow \underline{a = \frac{b}{x}}.$

Автор: Совершенно верно. Замечу лишь, что это справедливо, если $x \neq 0$.

Уравнения, в которых неизвестное содержится только в одной части уравнения

Пример 3. $Q = cm\Delta t$, найти Δt.

Договоримся, что в этом и всех последующих примерах данного параграфа все величины в уравнениях, кроме тех, которые требуется определить, считаются известными.

Разделим обе части уравнения на величину cm. Получим: $\frac{Q}{cm} = \frac{cm\Delta t}{cm}$. Дробь в правой части можно сократить: $\frac{Q}{cm} = \frac{\cancel{cm}\Delta t}{\cancel{cm}} \Rightarrow$ $\frac{Q}{cm} = \Delta t$. Поменяв местами правую и левую части, получим окончательный ответ $\Delta t = \frac{Q}{cm}$.

Пример 4. $m_1L = mc(t-t_к)$, найти m.

Разделим обе части уравнения на выражение $c(t-t_к)$. Получим:

$$\frac{m_1L}{c(t-t_к)} = \frac{mc(t-t_к)}{c(t-t_к)}.$$

Сократим дробь в правой части уравнения и получим ответ:

$$\frac{m_1L}{c(t-t_к)} = \frac{m\cancel{c}\cancel{(t-t_к)}}{\cancel{c}\cancel{(t-t_к)}} \Rightarrow \frac{m_1L}{c(t-t_к)} = m, \quad \underline{m = \frac{m_1L}{c(t-t_к)}}.$$

А теперь для разнообразия попробуем решить чисто математическое уравнение.

Пример 5. $2x = \frac{1}{2}$.

Читатель: Это просто: $\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{\frac{1}{\cancel{2}}}{\cancel{2}}$, двойки сокращаются, получаем $x = 1$.

Автор: Значит, разделив $\frac{1}{2}$ на 2, Вы получили 1?

Читатель: Совершенно верно.

Автор: Поздравляю Вас! Вы имеете шанс сказочно разбогатеть! И знаете на чем? На торговле яблоками. В самом деле, берем полъяблока, делим эту половинку пополам и получаем… целое яблоко! Ну а дальше, как говорится, дело техники.

Читатель: Да, что-то здесь не так…

Автор: Надо просто вспомнить правило деления дроби на дробь. Смотрите сами: $\frac{1}{2}:2 = \frac{1}{2}:\frac{2}{1} = \frac{1\cdot 1}{2\cdot 2} = \frac{1}{4}$. Следовательно, $x = \frac{1}{2}:2 = \frac{1}{4}$. И заметьте, результат вполне логичен: разделив половинку пополам, мы получили четвертинку.

Пример 6. $ax = \frac{b}{c}$, найти x.

Способ 1. Разделим обе части на a, получим: $\frac{ax}{a} = \frac{b}{c}:a \Rightarrow$ $x = \frac{b}{c}:\frac{a}{1} \Rightarrow$ $\underline{x = \frac{b}{ac}}$.

Способ 2.

1. Умножим обе части на c, получим:

$$cax = \cancel{c}\frac{b}{\cancel{c}} \Rightarrow cax = b.$$

2. Разделим обе части уравнения на ca и получим ответ: $\frac{\cancel{ca}x}{\cancel{ca}} = \frac{b}{ca} \Rightarrow \underline{x = \frac{b}{ca}}$.

Пример 7. $\rho = \frac{m}{\upsilon}$, найти υ.

1. Домножим обе части на υ, получим

$$\rho \cdot \upsilon = \frac{m}{\cancel{\upsilon}}\cancel{\upsilon} \Rightarrow \rho\upsilon = m.$$

2. Теперь разделим обе части уравнения на ρ и получим ответ: $\frac{\cancel{\rho}\upsilon}{\cancel{\rho}} = \frac{m}{\rho} \Rightarrow \upsilon = \frac{m}{\rho}$.

Пример 8. $x + 2 = 3$.

Читатель: Ну, это пример для первого класса: $x = 3 - 2$, $\underline{x = 1}$.

Автор: А не могли ли Вы пояснить Ваши действия?

Читатель: А что тут особенно пояснять? Я перенес двойку из левой части уравнения в правую, поменяв ее знак на противоположный. Вот и всё.

Автор: А *на каком основании* Вы перенесли двойку из левой части уравнения в правую, да еще поменяв ее знак на противоположный?

Читатель: Это такое правило.

Автор: Такое правило, конечно, существует, но важно понимать, на чем это правило основано. Поясним это на конкретном примере. Рассмотрим числовое равенство:

$$2 + 3 = 5. \qquad (1)$$

Если мы отнимем от обеих частей этого равенства по тройке, то равенство не нарушится: $2 + 3 - 3 = 5 - 3$. Учитывая, что $3–3=0$, можем записать:

$$2 = 5 - 3. \qquad (2)$$

Итак, мы получили равенство (2) из равенства (1), произведя вычитание из обеих частей одного и того же числа 3. Но если мы сравним равенства (1) и (2), то увидим, что *чисто внешне* получилось так, как *если бы* мы перенесли число 3 из левой части равенства в правую, поменяв у него знак на противоположный.

Пример 9. $m_1 + m_2 = M$, найти m_1.

Перенесем m_2 в правую часть уравнения, поменяв знак на противоположный, и получим ответ: $\underline{m_1 = m - m_2}$.

Пример 10. $b + ax = c$, найти x.

1. Перенесем b в правую часть уравнения, поменяв у него знак на противоположный: $ax = c{-}b$.

2. Разделим обе части уравнения на a:

$$\frac{\cancel{a}x}{\cancel{a}} = \frac{c-b}{a} \Rightarrow \underline{x = \frac{c-b}{a}}.$$

Пример 11. $m_1L = mc(t{-}t_1)$, найти t.

Способ 1.

1. Раскроем скобки, получим: $m_1L = mct - mct_1$.

2. Перенесем член $(-mct_1)$ в левую часть, изменив знак «–» на «+»:

$$m_1L = mct\ \boxed{-mct_1}$$
$$+mct_1 + m_1L = mct.$$

3. Разделим обе части на mc и получим:

$$\frac{mct_1 + m_1L}{mc} = \frac{\cancel{mc}t}{\cancel{mc}}.$$

Отсюда ответ: $\dfrac{mct_1 + m_1L}{mc} = t$ или $\underline{t = \dfrac{mct_1 + m_1L}{mc}}$.

Способ 2.

1. Разделим обе части уравнения на mc:

$$\frac{m_1L}{mc} = \frac{\cancel{mc}(t_1 - t)}{\cancel{mc}} \Rightarrow \frac{m_1L}{mc} = t - t_1.$$

2. Перенесем $(-t_1)$ в левую часть, поменяв знак «–» на «+» и получим ответ:

$$\frac{m_1L}{mc} = t\ \boxed{-t_1} \Rightarrow +t_1 + \frac{m_1L}{mc} = t \Rightarrow$$

$$\underline{t = t_1 + \frac{m_1 L}{mc}}. \qquad (1)$$

Читатель: При решении первым способом мы, вроде бы, получили другой ответ…

Автор: Тот же самый! Чтобы убедиться в этом, достаточно привести выражение (1) к общему знаменателю:

$$t = t_1^{\backslash mc} + \frac{m_1 L^{\backslash 1}}{mc} = \frac{mct_1 + m_1 L}{mc}.$$

Получилось то же значение t, что и при решении способом 1.

Пример 12. $\rho_2 = \rho_1(1 - \beta\Delta t)$, найти β.

1. Разделим обе части уравнения на ρ_1:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\cancel{\rho_1}(1-\beta\Delta t)}{\cancel{\rho_1}} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = 1 - \beta\Delta t.$$

2. Перенесем $(-\beta\Delta t)$ в левую часть, а $\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$ – в правую часть уравнения, поменяв у них знаки на противоположные:

$$\boxed{\frac{\rho_2}{\rho_1}} = \boxed{1 - \beta\Delta t} \qquad +\beta\Delta t = 1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}.$$

3. Разделим обе части уравнения на Δt и получим ответ:

$$\frac{\beta\cancel{\Delta t}}{\cancel{\Delta t}} = \frac{\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)}{\Delta t} \Rightarrow \underline{\beta = \frac{1}{\Delta t}\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)}. \qquad (1)$$

Читатель: А почему $\dfrac{\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)}{\Delta t} = \dfrac{1}{\Delta t}\left(1 - \dfrac{\rho_2}{\rho_1}\right)$?

Автор: Потому что для произвольного числа a справедливо $\dfrac{a}{\Delta t} = \dfrac{1}{\Delta t}\cdot a$, так как по правилу умножения дробей

$$\frac{1}{\Delta t}\cdot a = \frac{1}{\Delta t}\cdot\frac{a}{1} = \frac{1\cdot a}{\Delta t\cdot 1} = \frac{a}{\Delta t}.$$

То есть разделить число a на Δt или умножить его на дробь $\frac{1}{\Delta t}$ – это одно и то же.

Полученное нами выражение (1) для β можно (при желании) преобразовать:

$$\beta=\frac{1}{\Delta t}\left(1^{\backslash\rho_1}-\frac{\rho_2^{\backslash 1}}{\rho_1}\right)=\frac{1}{\Delta t}\left(\frac{\rho_1-\rho_2}{\rho_1}\right)=\frac{\rho_1-\rho_2}{\Delta t\rho_1}.$$

Уравнения, в которых неизвестное содержится в обеих частях уравнения

Пример 13. $3x+2=2x+4$.

Основная идея решения таких уравнений состоит в том, чтобы собрать все члены, содержащие неизвестную величину, в одной части уравнения, а не содержащие – в другой:

$$3x+\boxed{2}=\boxed{2x}+4$$

$$-2x+3x=+4-2\quad\Rightarrow\quad\underline{x=2.}$$

Пример 14. $ax+b=cx+d$, найти x.

$$\boxed{ax}+b=\boxed{cx}+d\Rightarrow -cx+ax=+d-b.$$

Вынесем за скобку x: $x(a-c)=d-b$. Разделим обе части на $(a–c)$ и получим:

$$\frac{x\cancel{(a-c)}}{\cancel{(a-c)}}=\frac{(d-b)}{(a-c)}\quad\Rightarrow x=\underline{\frac{d-b}{a-c}}.$$

Пример 15. $c_1m_1t_1+Ct_2=(c_1m_1+C)\theta$, найти C.

1. Раскроем скобки в правой части уравнения:

$$c_1m_1t_1+Ct_2=c_1m_1\theta+C\theta.$$

2. Перенесем $C\theta$ в левую часть уравнения, а $c_1m_1t_1$ – в правую:

$$\boxed{c_1m_1t_1}+Ct_2=c_1m_1\theta+\boxed{C\theta}\quad\Rightarrow -C\theta+Ct_2=c_1m_1\theta-c_1m_1t_1.$$

3. Вынесем в левой части C за скобки:

$$C(t_2-\theta)=c_1m_1\theta-c_1m_1t_1.$$

4. Разделим обе части уравнения на $(t_2-\theta)$, получим:

$$\frac{C\cancel{(t_2-\theta)}}{\cancel{(t_2-\theta)}}=\frac{c_1m_1\theta-c_1m_1t_1}{(t_2-\theta)} \Rightarrow C=\frac{c_1m_1\theta-c_1m_1t_1}{t_2-\theta}.$$

Ответ получен, но «для красоты» можно еще в числителе вынести за скобки c_1m_1: $\underline{C=\dfrac{c_1m_1(\theta-t_1)}{t_2-\theta}}$.

Системы уравнений

Пример 16. $\begin{cases} 3x=9; & (1) \\ yx=15. & (2) \end{cases}$

Уравнение (1) содержит только одно неизвестное x, поэтому решить его не представляет труда: $x=\dfrac{9}{3}\Rightarrow x=3$. Зная значение x, мы можем подставить его в уравнение (2) и найти y:

$$y\cdot 3=15\Rightarrow y=\frac{15}{3}\Rightarrow y=5.$$

Запишем ответ: $\underline{\begin{cases} x=3; \\ y=5. \end{cases}}$

Пример 17. $\begin{cases} lk=L; & (1) \\ Vk^3=V_0. & (2) \end{cases}$ Найти k и V.

1. Из уравнения (1), которое содержит только одно неизвестное k, найдем k: $k=\dfrac{L}{l}$.

2. Подставим значение k в уравнение (2): $V\left(\dfrac{L}{l}\right)^3=V_0$.

3. Умножим обе части на дробь $\dfrac{l^3}{L^3}$:

$$V\frac{L^3}{l^3}\cdot\frac{l^3}{L^3}=V_0\frac{l^3}{L^3} \;\Rightarrow\; V=V_0\frac{l^3}{L^3}.$$

Запишем ответ: $\begin{cases} k=\dfrac{L}{l}; \\ V=V_0\dfrac{l^3}{L^3}. \end{cases}$

Пример 18. $\begin{cases} \Delta l = l_0\alpha\Delta t; & (1) \\ Q = c\rho V\Delta t. & (2) \end{cases}$

В этой системе неизвестны Δt и Δl, требуется найти *только* Δl.

Поскольку величину Δt с нас не спрашивают, то и не будем ее искать. Приступим сразу к поиску Δl. Для этого разделим левую часть уравнения (1) на левую часть уравнения (2), а правую часть уравнения (1) на правую часть уравнения (2) и приравняем полученные отношения. (Равенство при этом не нарушится, так как если, например, 5=5 и 3=3, то 5/3 = 5/3.)

$$\frac{\Delta l}{Q}=\frac{l_0\alpha\cancel{\Delta t}}{c\rho V\cancel{\Delta t}}.$$

Неизвестная нам величина Δt сократилась. Теперь умножим обе части уравнения на Q и получим ответ:

$$\frac{\Delta l}{\cancel{Q}}\cancel{Q}=\frac{l_0\alpha}{c\rho V}Q \;\Rightarrow\; \Delta l=\frac{l_0\alpha Q}{c\rho V}.$$

Пример 19. $\begin{cases} x+y=3; & (1) \\ x+2y=5. & (2) \end{cases}$

Такую систему можно решить несколькими методами, из которых наиболее простой *метод подстановки.*

Выразим из уравнения (1) неизвестное x через неизвестное y:

$$x=3-y, \qquad (3)$$

а теперь *подставим* это значение x в уравнение (2):

$$(3-y)+2y=5 \;\Rightarrow\; 3-y+2y=5 \;\Rightarrow\; 3+y=5 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad y = 5 - 3 \quad \Rightarrow \quad y = 2.$$

Значение y мы нашли. *Подставим* это значение в (3) и получим значение x: $x = 3 - y = 3 - 2 = 1$.

Запишем окончательный ответ: $\underline{\begin{cases} x = 1; \\ y = 2. \end{cases}}$

Пример 20. $\begin{cases} (L + c_в \Delta t) m_x = \lambda m; & (1) \\ m_в = m + m_x. & (2) \end{cases}$ Найти m и m_x.

1. Из уравнения (2) выразим m через m_x:

$$m = m_в - m_x. \qquad (3)$$

2. Подставим значение m в уравнение (1):

$$(L + c_в \Delta t) m_x = \lambda (m_в - m_x) \Rightarrow (L + c_в \Delta t) m_x = \lambda m_в - \lambda m_x.$$

3. Перенесем $(-\lambda m_x)$ в левую часть:

$$(L + c_в \Delta t) m_x = \lambda m_в \boxed{-\lambda m_x} \Rightarrow +\lambda m_x + (L + c_в \Delta t) m_x = \lambda m_в.$$

4. Вынесем m_x за скобки как общий множитель:

$$m_x (\lambda + L + c_в \Delta t) = \lambda m_в.$$

5. Разделим обе части уравнения на $(\lambda + L + c_в \Delta t)$ и получим значение m_x:

$$\frac{m_x \cancel{(\lambda + L + c_в \Delta t)}}{\cancel{(\lambda + L + c_в \Delta t)}} = \frac{\lambda m_в}{(\lambda + L + c_в \Delta t)} \Rightarrow m_x = \frac{\lambda m_в}{\lambda + L + c_в \Delta t}.$$

6. Значение неизвестной величины m_x найдено. Подставим это значение в выражение (3) и найдем значение m:

$$m = m_в - m_x = \underline{m_в - \frac{\lambda m_в}{\lambda + L + c_в \Delta t}}.$$

Ответ получен, но «для красоты» последнее выражение можно преобразовать:

$$m = m_в^{\backslash \lambda + L + c_в \Delta t} - \frac{\lambda m_в^{\backslash 1}}{\lambda + L + c_в \Delta t} = \frac{m_в \lambda + m_в L + m_в c_в \Delta t - \lambda m_в}{\lambda + L + c_в \Delta t} =$$

$$= \frac{m_в L + m_в c_в \Delta t}{\lambda + L + c_в \Delta t} = \underline{\frac{m_в (L + c_в \Delta t)}{\lambda + L + c_в \Delta t}}.$$

Запишем окончательный ответ: $\begin{cases} m_x = \dfrac{\lambda m_в}{\lambda + L + c_в \Delta t}; \\ m = \dfrac{m_в (L + c_в \Delta t)}{\lambda + L + c_в \Delta t}. \end{cases}$

Задания для самостоятельного решения

Задачи очень легкие

А1. $Q = Lm$, найти m.
А2. $\Delta U = Lm$, найти L.
А3. $Q = \lambda m$, найти λ.
А4. а) $m_1 = \rho_1 V$, найти ρ_1;
б) $m_1 = \rho_1 V$, найти V.
А5. $Q = c\Delta t$, найти Δt.
А6. $Q = qm$, найти m.
А7. а) $V = V_0\beta$, найти V_0;
б) $V = V_0\beta$, найти β.
А8. $m_л + m_в = M$, найти $m_л$.
А9. $\upsilon_1 + \upsilon_2 = V$, найти υ_2.
А10. $x + y = m_2$, найти y.
А11. $m_c + m_з = M$, найти m_c.

Задачи легкие

Б1. $\lambda m_x = Lm$, найти L.
Б2. $xL = Q_2 - Q_1$, найти x.
Б3. а) $\lambda m = cm_з\Delta t$, найти λ;
б) $\lambda m = cm_з\Delta t$, найти c.
Б4. $Q = c(t_1 - t_2)$, найти c.
Б5. а) $\Delta l = l_0\alpha t$, найти l_0;
б) $\Delta l = l_0\alpha t$, найти α;
с) $\Delta l = l_0\alpha t$, найти t.
Б6. $M = \rho(V - \upsilon)$, найти ρ.
Б7. а) $Q = mc\Delta t$, найти c;
б) $Q = mc\Delta t$, найти m.
Б8. а) $Q = m\rho V\Delta t$, найти ρ;
б) $Q = m\rho V\Delta t$, найти V.
Б9. а) $c\rho\Delta V = \beta Q$, найти ρ;
б) $c\rho\Delta V = \beta Q$, найти ΔV.
Б10. а) $\eta qm = Mc\Delta t$, найти η;
б) $\eta qm = Mc\Delta t$, найти q;
в) $\eta qm = Mc\Delta t$, найти m.
Б11. а) $d\Phi = \kappa S\Delta t$, найти S;
б) $d\Phi = \kappa S\Delta t$, найти Δt.
Б12. а) $\beta_1 V_1\Delta t_1 = \beta_2 V_2 t_2$, найти β_1;
б) $\beta_1 V_1\Delta t_1 = \beta_2 V_2 t_2$, найти V_1.
Б13. а) $m = \rho nabc$, найти n;
б) $m = \rho nabc$, найти ρ.
Б14. а) $\Delta\rho = -\beta\rho_0\Delta t$, найти ρ_0;
б) $\Delta\rho = -\beta\rho_0\Delta t$, найти Δt.
Б15. $(m_1 - m_0)\lambda = c_2 m_2 t_2$, найти λ.
Б16. $mc(t - t_0) = m_1\lambda$, найти m.

Задачи средней сложности

В1. $(m_1 - m_2)\lambda = c_2 m_2 t$, найти m_2.
В2. а) $\rho Vc(t_1 - t_0) = \rho_1 V_1\lambda$, найти ρ;
б) $\rho Vc(t_1 - t_0) = \rho_1 V_1\lambda$, найти V;
в) $\rho Vc(t_1 - t_0) = \rho_1 V_1\lambda$, найти c;
г) $\rho Vc(t_1 - t_0) = \rho_1 V_1\lambda$, найти ρ_1;
д) $\rho Vc(t_1 - t_0) = \rho_1 V_1\lambda$, найти V_1;
е) $\rho Vc(t_1 - t_0) = \rho_1 V_1\lambda$, найти λ.
Б17. а) $Q = m(c\Delta t + \lambda)$, найти Δt;
б) $Q = m(c\Delta t + \lambda)$, найти λ.

Б18. $\lambda m_в = cm(t_к - t_н)$, найти $t_к$.

Б19. $Q = mc(t_2 - t_1)$, найти t_2.

Б20. $Q = C(t_1 - t_2)$, найти t_1.

Б21. $\Delta m = V(\rho - \rho_1)$, найти ρ.

Б22. $M = \rho(V_н - V_к)$, найти $t_к$.

Б23. $\dfrac{Q}{m} = q$, найти m.

Б24. $\dfrac{m}{\upsilon} = \rho$, найти υ.

Б25. $\dfrac{Q}{m_1} = \lambda$, найти m_1.

Б26. $\dfrac{Q}{M} = L$, найти M.

Б27. $\upsilon = \dfrac{S}{t}$, найти t.

В3. $Q = m(c\Delta t + \lambda)$, найти m.

В4. а) $Q = \rho abc(c_1\Delta t + \lambda)$, найти ρ;

б) $Q = \rho abc(c_1\Delta t + \lambda)$, найти a.

В5. а) $Q = mc(\theta - t_1)$, найти m;

б) $Q = mc(\theta - t_1)$, найти c.

В6. $l = l_0(1 - \alpha t)$, найти l_0.

В7. а) $\Delta l = \alpha l_0(t_2 - t_1)$, найти α;

б) $\Delta l = \alpha l_0(t_2 - t_1)$, найти l_0.

В8. $S = S_0(1 - 2\alpha t)$, найти S_0.

В9. $\Delta V = \dfrac{\pi d^2}{4}\Delta h$, найти Δh.

В10. $m = \rho\pi D^2 h$, найти h.

В11. $V_2 = V_1(1+\beta t)$, найти V_1.

В12. $\rho_2 = \rho_1(1-\beta t)$, найти ρ_1.

В13. $Q = \rho Vabc\Delta t$, найти a.

В14. $c_1m_1\Delta t_1 = c_2m_2\Delta t_2$, найти m_2.

В15. $\Phi = \dfrac{S(t_2 - t_1)}{d}$, найти d.

В16. $\rho = -\dfrac{\Delta\rho}{\beta\Delta t}$, найти β.

В17. $(L + c_в\Delta t)m_x = \lambda m$, найти L.

В18. $c_в(\theta - t_1) = x(L + c_в(t_2 - \theta))$, найти t_1.

В19. $Q = \rho abc(c_в\Delta t + \lambda)$, найти λ.

В20. $c_в\rho Sh(t_1 - t_0) = \lambda\rho Sh$, найти t_1.

В21. $l_1 = l_0(1 + \alpha t_1)$, найти t_1.

В22. $\Delta l = \alpha l_1(t_2 - t_1)$, найти t_2.

В23. $S = S_0(1 + 2\alpha t)$, найти t.

В24. $\rho_2 = \rho_1(1 + \beta\Delta t)$, найти Δt.

В25. $Q = nmc_{уд}(t_н - t_к)$, найти $t_к$.

В26. $\eta q\rho V = c(t_к - t_н)$, найти $t_н$.

В27. $c_1m_1t_1 + c_2m_2t_2 = (c_1m_1 + c_2m_2)\theta$, найти m_1.

В28. $c_3m_3(t_3 - \theta) = (c_1m_1 + c_2m_2)(\theta - t_1)$, найти θ.

В29. $m_1c_1t_1 + m_2c_2t_2 = (m_1 + m_2)ct$, найти m_1.

В30. $c_вm_вt_в + c_лm_лt_л = (c_вm_в + c_лm_л)\theta$, найти $c_в$.

В31. $m_1t_1 + m_2t_2 = (m_1 + m_2)\theta$, найти m_1.

В32. $V_1t_1 + V_2t_2 = (V_1 + V_2)t$, найти V_2.

В33. $c_1m_1t_1 + Ct_2 = (c_1m_1 + C)\theta$, найти C.

В34. $c_вt_1 + c_тt_2 = (c_в + c_т)\theta$, найти $c_в$.

В35. $c_вm_лt_к + m_л\lambda = m_вc_в(t_н - t_к)$, найти $t_к$.

Задачи трудные

Г1. $\eta = \dfrac{m(c\Delta t + \lambda)}{qM}$, найти Δt.

Г2. $c_1m_1t_1 + c_2m_2t_2 + Ct_1 = (c_1m_1 + c_2m_2 + C)\theta$, найти C.

Г3. $\rho_вV_вc_вt_в + Ct_2 = (\rho_вV_вc_в + C)t_1$, найти ρ.

Г4. $m_в c_в(t_в - \theta) = m_л(c_л t_л + \lambda + c_в\theta)$, найти $c_в$.
Г5. $(C + c_1 m_1)(t_1 - \theta) = \lambda(m_2 - y) + m_2 c_1\theta$, найти θ.
Г6. $q_1 L + c q_1(t_1 - t_2) = c q_2(t - t_2)$, найти t_2.
Г7. $L m_n + c_в m_n(t_к - \theta) = m_в c_в(\theta - t_1)$, найти θ.
Г8. $L m_n + c_в m_n(t_2 - \theta) = c_л m_л(t_0 - t_1) + \lambda\, m_л + c_в m_л(\theta - t_0)$, найти θ.

Г9. $\begin{cases} (L + c_в\Delta t)m_x = \lambda m; \\ m_в = m + m_x, \end{cases}$ найти λ, m_x.

Г10. $\begin{cases} m_в(t_1 - \theta) = y\lambda + c m_n(\theta - t_n); \\ x + y = m_n, \end{cases}$ найти x, y.

Г11. $\begin{cases} c_1 m_1 \Delta t = \lambda(m_2 - x) + c m_2(t_1 - \Delta t); \\ x + y = m_2, \end{cases}$ найти x, y.

Задачи очень трудные

Д1. $\begin{cases} m_n + m_л = M; \\ L m_n + c_в m_n(t_2 - \theta) = c_л m_л(t_0 - t_1) + \lambda m_л + c_в m_л(\theta - t_0), \end{cases}$ найти $m_л$, m_n.

Д2. $\begin{cases} c_в(\theta - t_1) = x(L + c_в t_2); \\ y = \dfrac{x}{x+1}, \end{cases}$ найти x, y.

Д3. $\begin{cases} c_в t_1 + c_т t_2 = (c_в + c_т)\theta; \\ y = \dfrac{c_в}{c_т}, \end{cases}$ y, $c_в$ и $c_т$ – неизвестные величины, найти только y.

Д4. $\begin{cases} (c_c m_c + c_a m_a)t_1 + c_в m_в t_2 + C_к t_2 = (c_c m_c + c_a m_a + c_в m_в + C_к)\theta; \\ m_c + m_a = m, \end{cases}$
найти m_c и m_a.

Д5. $\begin{cases} m_1 = m_n + \rho_в v; \\ m_2 = m_n + \rho_в(v - v_c); \\ \rho_c v_c = m_c, \end{cases}$ найти v, v_c, ρ.

Д6. $\begin{cases} \dfrac{M}{\rho} = \dfrac{m_к}{\rho_1} + \dfrac{m_3}{\rho_2}; \\ M = m_3 + m_к, \end{cases}$ найти m_3, $m_к$. **Д7**. $\begin{cases} m_1 = V(\rho - \rho_1); \\ m_2 = V(\rho - \rho_2), \end{cases}$ найти V, ρ.

ОТВЕТЫ

1

А1. $m = \dfrac{Q}{L}$.

А2. $L = \dfrac{\Delta U}{m}$.

А3. $\lambda = \dfrac{Q}{m}$.

А4. а) $\rho_1 = \dfrac{m_1}{V}$;

б) $V = \dfrac{m_1}{\rho_1}$.

А5. $\Delta t = \dfrac{Q}{c}$.

А6. $m = \dfrac{Q}{q}$.

А7. а) $V_0 = \dfrac{V}{\beta t}$;

б) $\beta = \dfrac{V}{V_0 t}$.

А8. $m_л = M - m_в$.

А9. $v_2 = V - v_1$.

А10. $y = m_2 - x$.

А11. $m_с = M - m_а$.

Б1. $L = \dfrac{\lambda m_x}{m}$.

Б2. $x = \dfrac{Q_2 - Q_1}{L}$.

Б3. а) $\lambda = \dfrac{c m_a \Delta t}{m}$; б) $c = \dfrac{\lambda m}{m_a \Delta t}$.

Б4. $c = \dfrac{Q}{t_1 - t_2}$.

Б5. а) $l_0 = \dfrac{\Delta l}{\alpha t}$;

б) $\alpha = \dfrac{\Delta l}{l_0 t}$; в) $t = \dfrac{\Delta l}{l_0 \alpha}$.

Б6. $\rho = \dfrac{M}{V - v}$.

Б7. а) $c = \dfrac{Q}{m\Delta t}$;

б) $m = \dfrac{Q}{c\Delta t}$.

Б8. а) $\rho = \dfrac{Q}{mV\Delta t}$;

б) $V = \dfrac{Q}{m\rho\Delta t}$.

Б9. а) $\rho = \dfrac{\beta Q}{c\Delta V}$;

б) $\Delta V = \dfrac{\beta Q}{c\rho}$.

Б10. а) $\eta = \dfrac{Mc\Delta t}{qm}$;

б) $q = \dfrac{Mc\Delta t}{\eta m}$;

в) $m = \dfrac{Mc\Delta t}{\eta q}$.

Б11. а) $S = d\Phi/æ\Delta t$;
б) $\Delta t = d\Phi/æS$.

Б12. а) $\beta_1 = \dfrac{\beta_2 V_2 \Delta t_2}{V_1 \Delta t_1}$;

б) $V_1 = \dfrac{\beta_2 V_2 \Delta t_2}{\beta_1 \Delta t_1}$.

Б13. а) $n = \dfrac{m}{\rho abc}$;

б) $\rho = \dfrac{m}{nabc}$.

Б14. а) $\rho_0 = -\dfrac{\Delta\rho}{\beta\Delta t}$;

б) $\Delta t = -\dfrac{\Delta\rho}{\beta\rho_0}$.

Б15. $\lambda = \dfrac{c_2 m_2 t_2}{m_1 - m_0}$.

Б16. $m = \dfrac{m_1\lambda}{c(t - t_0)}$.

Б17.
а) $\Delta t = (Q - \lambda c)/mc$;
б) $\lambda = (Q/m) - c\Delta t$.

Б18. $t_к = \dfrac{\lambda m_в}{cm} + t_н$.

Б19. $t_2 = \dfrac{Q}{mc} + t_1$.

Б20. $t_1 = \dfrac{Q}{c} + t_2$.

Б21. $\rho = \dfrac{\Delta m}{V} + \rho_1$.

Б22. $V_н = \dfrac{M}{\rho} + V_к$.

Б23. $m = Q/q$.

Б24. $v = m/\rho$.

Б25. $m_1 = Q/\lambda$.

Б26. $m = Q/L$.

Б27. $t = S/v$.

В1. $m_2 = \dfrac{(m_1 - m_3)\lambda}{c_2 t}$

В2. а) $\rho = \dfrac{\rho_1 V_1 \lambda}{Vc(t_1 - t_0)}$;

б) $V=\dfrac{\rho_1 V_1 \lambda}{\rho c(t_1-t_0)}$;

в) $c=\dfrac{\rho_1 V_1 \lambda}{\rho V(t_1-t_0)}$;

г) $\rho_1=\dfrac{\rho V c(t_1-t_0)}{V_1 \lambda}$;

д) $V_1=\dfrac{\rho V c(t_1-t_0)}{\rho_1 \lambda}$;

е) $\lambda=\dfrac{\rho V c(t_1-t_0)}{\rho_1 V_1}$.

В3. $m=\dfrac{Q}{c\Delta t+\lambda}$.

В4.

а) $\rho=\dfrac{Q}{abc(c_1\Delta t+\lambda)}$;

б) $a=\dfrac{Q}{\rho bc(c_1\Delta t+\lambda)}$.

В5.

а) $m=\dfrac{Q}{c(\theta-t_1)}$;

б) $c=\dfrac{Q}{m(\theta-t_1)}$.

В6. $l_0=\dfrac{l}{1+\alpha t}$.

В7. а) $\alpha=\dfrac{\Delta l}{l_0(t_2-t_1)}$;

б) $l_0=\dfrac{\Delta l}{\alpha(t_2-t_1)}$.

В8. $S_0=\dfrac{S}{1+2\alpha t}$.

В9. $\Delta h=\dfrac{4\Delta V}{\pi d^2}$.

В10. $h=\dfrac{m}{\rho\pi D^2 h}$.

В11. $V_1=\dfrac{V_2}{1+\beta t}$.

В12. $\rho_1=\dfrac{\rho_2}{1-\beta t}$.

В13. $a=\dfrac{Q}{\rho V b c\Delta t}$.

В14. $m_2=\dfrac{c_1 m_1 \Delta t_1}{c_2\Delta t_2}$.

В15. $d=æS\dfrac{t_2-t_1}{\Phi}$.

В16. $\beta=-\dfrac{\Delta\rho}{\rho\Delta t}$.

В17. $L=\dfrac{\lambda m}{m_x}-c_{в}\Delta t$.

В18. $t_1=\theta-\dfrac{x}{c_{в}}\times$

$\times\left[L+c_{в}(t_2-\theta)\right]$

В19. $\lambda=\dfrac{Q}{\rho abc}-c_{в}\Delta t$.

В20. $t_1=\dfrac{\lambda}{c_{в}}+t_0$.

В21. $t_1=\dfrac{l_1-l_0}{\alpha l_0}$.

В22. $t_2=\dfrac{\Delta l}{\alpha l_1}+t_1$.

В23. $t=\dfrac{S-S_0}{2\alpha S_0}$.

В24. $\Delta t=\dfrac{\rho_1-\rho_0}{\beta\rho_1}$.

В25. $t_{к}=t_{н}-\dfrac{Q}{nmc_{уд}}$.

В26. $t_{н}=t_{к}-\dfrac{\eta q\rho V}{c}$.

В27. $m_1=\dfrac{c_2 m_2(\theta-t_2)}{c_1(t_1-\theta)}$.

В28. $\theta=$

$=\dfrac{t_1(c_1m_1+c_2m_2)+c_3m_3t_3}{c_3m_3+c_1m_1+c_2m_2}$.

В29.

$m_1=\dfrac{m_2ct-m_2c_2t_2}{c_1t_1-ct}$.

В30.

$c_{в}=\dfrac{c_{л}m_{л}\theta-c_{л}m_{л}t_{л}}{m_{в}t_{в}-m_{в}\theta}$.

В31. $m_1=\dfrac{m_2(\theta-t_2)}{t_1-\theta}$.

В32. $V_2=\dfrac{V_1(t-t_1)}{t_2-t}$.

В33. $C=\dfrac{c_1m_1(\theta-t_1)}{t_2-\theta}$.

В34. $c_{в}=\dfrac{c_{т}(\theta-t_2)}{t_1-\theta}$.

В35. $t_{к}=\dfrac{m_{в}c_{в}t_{н}-m_{л}\lambda}{c_{в}m_{л}+c_{в}m_{в}}$.

Г1. $\Delta t=\dfrac{1}{c}\left(\dfrac{\eta qM}{m}-\lambda\right)$.

Г2. $C=\dfrac{1}{t_1-\theta}[(c_1m_1+$

$+c_2m_2)\theta-(c_1m_1t_1+$

$+c_2m_2t_2)]$.

Г3. $\rho_{в}=\dfrac{c}{V_{в}c_{в}}\cdot\dfrac{t_1-t_2}{t_{в}-t_1}$.

Г4.

$c_{в}=\dfrac{m_{л}(c_{л}t_{л}+\lambda)}{m_{в}(t_{в}-\theta)-m_{л}\theta}$.

Г5. $\theta=\dfrac{(C+m_1c_1)t_1-\lambda(m_2-y)}{C+m_1c_1+m_2c_1}$. **Г6.** $t_2=\dfrac{cq_2t-cq_1t-q_1L}{c(q_2-q_1)}$.

Г7. $\theta=\dfrac{Lm_п+c_вm_пt_к+c_вm_вt_1}{c_в(m_п+m_в)}$.

Г8. $\theta=\dfrac{c_вm_лt_0+Lm_п+c_вm_пt_2-c_лm_л(t_0-t_1)-\lambda m_л}{c_вm_п+c_вm_л}$.

Г9. $\begin{cases} m=m_в-m; \\ \lambda=\dfrac{(L+c_в\Delta t)(m_в-m)}{m}. \end{cases}$

Г10. $\begin{cases} y=\dfrac{1}{\lambda}[m_в(t_1-\theta)-cm_п(\theta-t_п)]; \\ x=m_п-\dfrac{1}{\lambda}[m_в(t_1-\theta)-cm_п(\theta-t_п)]. \end{cases}$

Г11. $\begin{cases} x=m_2+\dfrac{cm_2(t_1-\Delta t)-c_1m_1\Delta t}{\lambda}; \\ y=\dfrac{cm_2(t_1-\Delta t)-c_1m_1\Delta t}{\lambda}. \end{cases}$

Д1. $\begin{cases} m_л=\dfrac{M[L+c_в(t_2-\theta)]}{c_л(t_0-t_1)+\lambda+c_в(\theta-t_0)+L+c_в(t_2-\theta)}; \\ m_п=M-\dfrac{M[L+c_в(t_2-\theta)]}{c_л(t_0-t_1)+\lambda+c_в(\theta-t_0)+L+c_в(t_2-\theta)}. \end{cases}$

Д2. $\begin{cases} x=\dfrac{c_в(\theta-t_1)}{L+c_вt_2}; \\ y=\dfrac{c_в(\theta-t_1)}{c_в(\theta-t_1)+L+c_вt_2}. \end{cases}$ **Д3.** $y=\dfrac{\theta-t_2}{t_1-\theta}$.

Д4. $\begin{cases} m_а=\dfrac{(c_вm_в+C_к)\theta-c_вm_вt_2-C_кt_2}{c_аt_1-c_сt_1+c_с\theta-c_а\theta}; \\ m_с=m-\dfrac{(c_вm_в+C_к)\theta-c_вm_вt_2-C_кt_2}{c_аt_1-c_сt_1+c_с\theta-c_а\theta}. \end{cases}$ **Д5.** $\begin{cases} v=(m_1-m_п)/\rho_в; \\ v_с=(m_1-m_2)/\rho_в; \\ \rho_с=(m_с\rho_в)/(m_1-m_2) \end{cases}$

Д6. $\begin{cases} m_з=\dfrac{M\rho_2(\rho_1-\rho)}{\rho(\rho_1-\rho_2)}; \\ m_к=\dfrac{M\rho_1(\rho-\rho_2)}{\rho(\rho_1-\rho_2)}. \end{cases}$ **Д7.** $\begin{cases} \rho=\dfrac{m_1\rho_2-m_2\rho_1}{m_1-m_2}; \\ V=\dfrac{m_1-m_2}{\rho_2-\rho_1}. \end{cases}$

Филатов Е.Н. **Физика 8: Часть 1. Тепловые явления**: Учебное пособие. М.: АНО ЗФМЛ «Авангард»; НИЯУ МИФИ, 2014. – 196 с.

Учебное пособие предназначено в помощь учащимся 8 класса общеобразовательных школ. Главная цель пособия – научить учащихся самостоятельно решать задачи, поэтому большое количество задач предлагается для самостоятельного решения.

Все задачи условно разбиты на пять категорий сложности: очень легкие, легкие, средней трудности, трудные, очень трудные. К большинству задач приведены «подсказки» – краткие рекомендации к их решению и ответы.

Рекомендовано в качестве учебного пособия РИС ОУМС НИЯУ МИФИ.

ISBN